

$$ax + by = d \quad (1)$$

(1)

Пусть $c = \text{НОД}(a, b) \rightarrow \exists d \in \mathbb{N} \mid d = c \cdot d_1$

Таким образом, если ур-е (1) имеет решение, то это можно свести к виду

$$(2) \quad \underline{ax + by = d_1}, \text{ где } \underline{\text{НОД}(a, b) = 1} \quad (2)$$

Пусть (x_0, y_0) - некоторое частное решение ур-е (2)

$$\begin{aligned} \text{Т.е. } ax_0 + by_0 &= d \rightarrow ax + by = ax_0 + by_0 \rightarrow \\ \rightarrow a(x - x_0) &= b(y_0 - y) \rightarrow ax = ax_0 + b(y_0 - y) \rightarrow \\ \rightarrow x &= x_0 + b \cdot \frac{y_0 - y}{a} \quad (\text{т.к. } \text{НОД}(a, b) = 1 \rightarrow \exists t \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$\frac{y_0 - y}{a} = t \rightarrow \begin{cases} x = x_0 + bt \\ y = y_0 - at \end{cases} \quad (3) \quad \text{Положим}$$

t произвольным целым числом, мы получим общее решение исход. ур-е

$$\begin{cases} x = x_0 + bt \\ y = y_0 - at \end{cases}, \text{ где } t \in \mathbb{Z} \text{ и } \text{НОД}(a, b) = 1, \\ (x_0, y_0) - \text{некоторое частное реш. (2)}$$

$$899x + 493y =$$

(2)

$$\text{HOD}(899, 493) = 29 \rightarrow \boxed{899x + 493y = 29}$$

$$899x + 493y = 29 \rightarrow \underset{a_1}{31}x + \underset{b_1}{17}y = \underset{d_1}{1}$$

$$x = \frac{1 - 17y}{31}$$

for $i := 1$ to 30 do

$$F := \frac{1 - 17y}{31}$$

$$\rightarrow -16, -33, -50, -67, -84, -101, -118, -135, -152, -169, \textcircled{-186}$$

$y = 11$

$$y_0 = 11$$

$$x_0 = 6$$

$$\begin{cases} x = -6 + \cancel{17} \cdot t \\ y = 11 - \cancel{31} \cdot t \end{cases}, \forall t \in \mathbb{Z}$$

Example: $t = 1$ $x = \cancel{11}$ $y = \cancel{-20}$

(3)

1. Найти $\text{НОД}(a, b)$
2. Найти $(d \bmod \text{НОД}(a, b)) = f$
3. Если $f \neq 0$, то реш. нет
4. Сохраняем a на $\text{НОД}(a, b) = a$,
 b на $\text{НОД}(a, b) = b$,
 d на $\text{НОД}(a, b) = d$,
5. Реализуем цикл $i := 1$ до a_1 , где
 ищем $(d_1 - b_1 \cdot i) \bmod a_1$ до тех пор
 пока рез-т не будет равен 0. В последний раз
 i даст частное решение:
6. $y_0 = i$
 $x_0 = (d_1 - b_1 \cdot y_0) \div a_1$
7. Записываем общее решение:

$$x = x_0 + b \cdot t$$

$$y = y_0 - a \cdot t$$